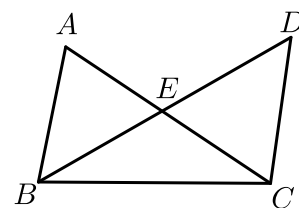


第1讲三角形与多边形（加油站）

一、三角形的概念及分类

练习1

1. 如图所示，以 BC 为边的三角形共有（ ）。



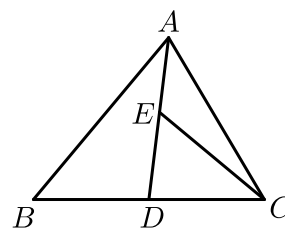
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【答案】 C

【解析】 以 BC 为边的三角形有： $\triangle BCE$ 、 $\triangle BCA$ 、 $\triangle BCD$ 。
故选C。

【标注】 【知识点】 三角形的个数

2. 如图所示，图中三角形的个数为（ ）。



- A. 3个 B. 4个 C. 5个 D. 6个

【答案】 C

【解析】 图中的三角形为： $\triangle ABD$ ， $\triangle ACE$ ， $\triangle DCE$ ， $\triangle ACD$ 和 $\triangle ABC$ ，有5个三角形。
故选C。

【标注】 【知识点】 三角形的个数

练习2

3. 具备下列条件的 $\triangle ABC$ 中，不是直角三角形的是（ ）.

A. $\angle A + \angle B = \angle C$

B. $\angle A - \angle B = \angle C$

C. $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$

D. $\angle A = \angle B = 3\angle C$

【答案】D

【解析】A 选项： $\angle A + \angle B = \angle C$ ，

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 90^\circ.$$

B 选项： $\angle A - \angle B = \angle C$ ，

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\angle A = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 90^\circ.$$

C 选项： $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$ ，

$$\text{又} \therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ, \angle B = 60^\circ, \angle C = 90^\circ.$$

D 选项： $\angle A = \angle B = 3\angle C$ ，

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore 7\angle C = 180^\circ, \angle C = \frac{180^\circ}{7}, \angle A = \angle B = \frac{540^\circ}{7}.$$

故选 D.

【标注】【知识点】三角形内角和的应用

4. 若 $\angle A = \angle B = 2\angle C$ ，则 $\triangle ABC$ 是 _____ 三角形（填“钝角”“锐角”或“直角”）.

【答案】锐角

【解析】设三角分别是 $\angle A = a^\circ$ ，

$$\therefore \angle A = \angle B = 2\angle C,$$

$$\therefore \angle B = a^\circ, \angle C = \frac{1}{2}a^\circ,$$

$$\text{则} a + a + \frac{1}{2}a = 180^\circ,$$

$$\text{解} a = 72^\circ,$$

所以三角形是锐角三角形 .

故答案为：锐角 .

【标注】【知识点】三角形内角和的应用

二、 三角形的边

练习3

5. 三角形三边长分别为 3 , $2a - 1$, 4 . 则 a 的取值范围是 _____ .

【答案】 $1 < a < 4$

【解析】 $\because$ 三角形的三边长分别为 3 , $2a - 1$, 4 ,

$$\therefore 4 - 3 < 2a - 1 < 4 + 3 ,$$

$$\text{即 } 1 < a < 4 .$$

故答案为： $1 < a < 4$.

【标注】【知识点】求三角形第三边的取值范围

6. 三角形的三条边长分别是 3 、 $2x + 3$ 、 7 , 则 x 的取值范围是 _____ .

【答案】 $\frac{1}{2} < x < \frac{7}{2}$

【解析】 $\because$ 三角形的三条边长分别是 3 , $2x + 3$, 7 ,

$$\therefore \begin{cases} 2x + 3 < 7 + 3 \text{ ①} \\ 2x + 3 > 7 - 3 \text{ ②} \end{cases} ,$$

$$\text{由①得 } 2x + 3 < 10 ,$$

$$2x < 7 ,$$

$$x < \frac{7}{2} ,$$

$$\text{由②得 } 2x + 3 > 4 ,$$

$$2x > 1 ,$$

$$x > \frac{1}{2} ,$$

$$\therefore \frac{1}{2} < x < \frac{7}{2} .$$

$$\text{故答案为：} \frac{1}{2} < x < \frac{7}{2} .$$

【标注】【知识点】三角形的三边关系

7. $\triangle ABC$ 的三边长是 a, b, c 且 $a > b > c$, 若 $b = 8, c = 3$, 则 a 的取值范围是() .

- A. $3 < a < 8$ B. $5 < a < 11$ C. $8 < a < 11$ D. $6 < a < 10$

【答案】C

【解析】依据三角形三边关系,

$$b - c < a < b + c,$$

$$\because b = 8, c = 3,$$

$$\therefore 5 < a < 11,$$

$$\because a > b > c,$$

$$\therefore 8 < a < 11.$$

故选C.

【标注】【知识点】求三角形第三边的取值范围

8. 一根长为 l 的绳子围成一个三边不相等的三角形, 则三角形的最长边 x 的取值范围为() .

- A. $\frac{l}{3} < x < \frac{l}{2}$ B. $\frac{l}{3} < x \leq \frac{l}{2}$ C. $\frac{l}{3} \leq x < \frac{l}{2}$ D. $\frac{l}{3} \leq x \leq \frac{l}{2}$

【答案】A

【解析】设三角形的其它两边为 y, z ,

$$\because x + y + z = l, y + z > x,$$

$$\therefore \text{可得 } x < \frac{l}{2},$$

$$\text{又 } \because x \text{ 为最长边大于 } \frac{l}{3},$$

$$\therefore \frac{l}{3} < x < \frac{l}{2}.$$

故选A.

【标注】【知识点】求三角形第三边的取值范围

9. 一个三角形的两边长分别是2和3, 若它的第三边长为奇数, 则这个三角形的周长为 _____ .

【答案】8

【解析】设第三边长为 x ,

$\therefore$ 两边长分别是2和3，
 $\therefore 3 - 2 < x < 3 + 2$ ，
 即： $1 < x < 5$ ，
 $\therefore$ 第三边长为奇数，
 $\therefore x = 3$ ，
 $\therefore$ 这个三角形的周长为 $2 + 3 + 3 = 8$ 。

【标注】【知识点】整数边问题

10. 若三角形的两边长分别为3和5，则其周长 c 的取值范围是（ ）。

- A. $6 < c < 15$ B. $6 < c < 16$ C. $11 < c < 13$ D. $10 < c < 16$

【答案】 D

【解析】 设三角形的第三边为 a ，由三角形三边关系定理得： $5 - 3 < a < 5 + 3$ ，
 即 $2 < a < 8$ 。
 $\therefore$ 这个三角形的周长 c 的取值范围是： $5 + 3 + 2 < c < 5 + 3 + 8$ ，
 $\therefore 10 < c < 16$ 。
 故选D。

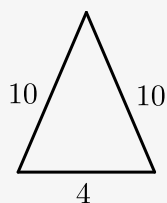
【标注】【知识点】求三角形周长的取值范围

练习4

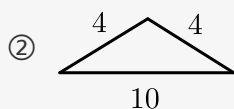
11. 等腰三角形的一边长等于4，另一边长等于10，则它的周长是 _____。

【答案】 24

【解析】 ①因为等腰三角形，



满足三边关系，周长= 24。



$$4 + 4 < 10,$$

不满足三边关系，舍掉．

所以周长为24．

【标注】【知识点】已知两边求第三边或周长

12. 已知一个三角形有两边相等，且周长为25，若量得一边为5，则另外两边长分别为（ ）．

A. 10, 10

B. 5, 10

C. 12.5, 12.5

D. 5, 15

【答案】 A

【解析】 (1) 当5是腰时，底边 = $25 - 5 \times 2 = 15$ ，即其它两边是5, 15，但此时 $5 + 5 < 15$ ，不能构成三角形，应舍去；

(2) 当5是底边时，腰 = $(25 - 5) \div 2 = 10$ ，此时能构成三角形，所以其它两边是10、10．

故选：A．

【标注】【知识点】已知两边求第三边或周长

13. 在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，其周长为20cm，则 AB 边的取值范围是（ ）．

A. $1\text{cm} < AB < 4\text{cm}$

B. $5\text{cm} < AB < 10\text{cm}$

C. $4\text{cm} < AB < 8\text{cm}$

D. $4\text{cm} < AB < 10\text{cm}$

【答案】 B

【解析】 $\because$ 在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，其周长为20cm，

$\therefore$ 设 $AB = AC = x\text{cm}$ ，则 $BC = (20 - 2x)\text{cm}$ ，

$$\therefore \begin{cases} 2x > 20 - 2x \\ 20 - 2x > 0 \end{cases},$$

解得 $5\text{cm} < AB < 10\text{cm}$ ．

【标注】【知识点】三角形的三边关系

14. 以一根15cm长的铁丝为周长围成一个三角形，最长边为 $x\text{cm}$ ，那么 x 的取值范围是_____．

【答案】 $5 \leq x < \frac{15}{2}$

【解析】最长边范围 $\frac{L}{3} \leq x < \frac{L}{2}$, 所以 $5 \leq x < \frac{15}{2}$.

【标注】【知识点】求三角形第三边的取值范围

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AC 上的中线 BD 把三角形的周长分为21和12两部分, 则三角形各边长为 _____ .

【答案】14, 14和5

【解析】设三边长为 x, x, y , 则由题知:

$$x + \frac{x}{2} = 21, y + \frac{x}{2} = 12, \text{解得 } x = 14, y = 5;$$

$$\text{或 } x + \frac{x}{2} = 12, y + \frac{x}{2} = 21, \text{解得 } x = 8, y = 17, 8 + 8 < 17, \text{不合题意, 舍去.}$$

【标注】【知识点】三角形的周长与面积问题

16. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AC 上的中线 BD 把 $\triangle ABC$ 的周长分为24和18两部分, 求三角形三边的长.

【答案】16, 16, 10或12, 12, 18.

【解析】如图, 设 $AB = AC = a, BC = b$,

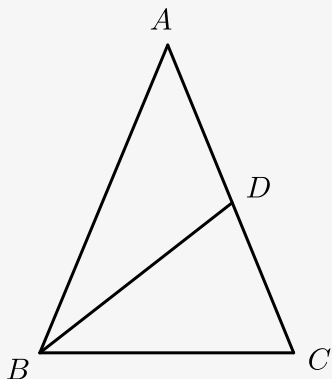
$$\text{则有 } a + \frac{1}{2}a = 24 \text{ 且 } \frac{1}{2}a + b = 18$$

$$\text{或 } a + \frac{1}{2}a = 18 \text{ 且 } \frac{1}{2}a + b = 24,$$

$$\text{得到 } a = 16, b = 10 \text{ 或 } a = 12, b = 18,$$

这时三角形的三边长分别为16, 16, 10或12, 12, 18,

它们都能构成三角形.



【标注】【知识点】三角形的周长与面积问题

练习5

17. a 、 b 、 c 是三角形的三边，则 $|a+b-c| - |a-b-c| =$ _____.

【答案】 $2a - 2c$

【解析】 $\because$ 三角形三边的长是 a 、 b 、 c ,

$$\therefore a+b-c > 0, a-b-c < 0,$$

$$\therefore |a+b-c| - |a-b-c|$$

$$= a+b-c + (a-b-c)$$

$$= a+b-c + a-b-c$$

$$= 2a - 2c.$$

故答案为： $2a - 2c$.

【标注】 【知识点】 与三边关系有关的证明

18. 若 a 、 b 、 c 分别为三角形的三边，化简： $|a-b-c| + |b-c-a| + |c-a+b|$.

【答案】 $b + 3c - a$.

【解析】 $\because a$ 、 b 、 c 为三角形三边的长，

$$\therefore a+b > c, a+c > b, b+c > a,$$

$$\therefore \text{原式} = |a - (b+c)| + |b - (c+a)| + |(c+b) - a|$$

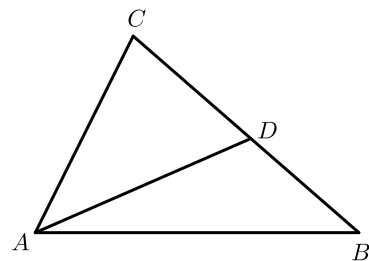
$$= b+c-a + a+c-b + c+b-a$$

$$= -a + b + 3c.$$

【标注】 【知识点】 已知范围化简绝对值

练习6

19. 如图，已知 AD 为 $\triangle ABC$ 的中线， $AB = 10\text{cm}$ ， $AC = 7\text{cm}$ ， $\triangle ACD$ 的周长为 19cm ，则 $\triangle ABD$ 的周长为_____ cm .



【答案】 22

【解析】 $\because AD$ 为 $\triangle ABC$ 的中线，

$$\therefore BD = CD,$$

$\because \triangle ACD$ 的周长为 19cm ，

$$\therefore AC + CD + AD = 19,$$

$$\because BD = CD, AC = 7\text{cm},$$

$$\therefore 7 + BD + AD = 19,$$

$$\therefore BD + AD = 12,$$

$$\because AB = 10\text{cm},$$

$$\therefore AB + BD + AD = 10 + 12 = 22(\text{cm}),$$

$\therefore \triangle ABD$ 的周长为 22cm 。

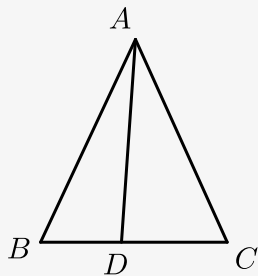
故答案为：22。

【标注】【知识点】三角形中线与周长差问题

20. $\triangle ABC$ 的周长为 35cm ，中线 AD 将其分成周长为 18cm 和 24cm 的 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ ，则 AD 长为 _____。

【答案】 3.5cm

【解析】



$$AB + BD + AD = 18 \text{ ①},$$

$$AC + CD + AD = 24 \text{ ②},$$

$$AB + BC + AC = 35 \text{ ③},$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{得: } AB + AC + BC + 2AD = 42 \textcircled{4},$$

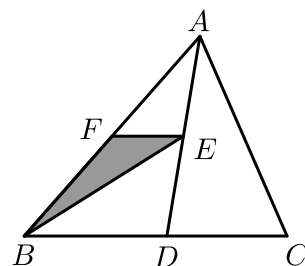
$$\textcircled{4} - \textcircled{3} \text{得: } 2AD = 7,$$

$$\therefore AD = 3.5.$$

故答案为3.5cm.

【标注】【知识点】三角形中线与周长差问题

21. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, E 是 AD 的中点, F 是 AB 的中点, $\triangle ABC$ 的面积为 200cm^2 , 则 $\triangle EFB$ 的面积是 _____ cm^2 .



【答案】 25

【解析】 $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 200 = 100\text{cm}^2.$$

$\because E$ 是 AD 的中点,

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times 100 = 50\text{cm}^2.$$

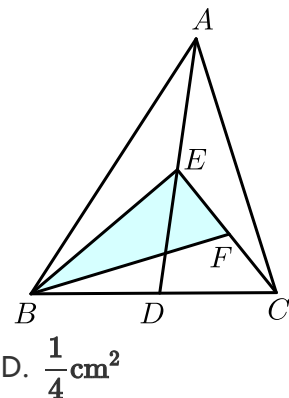
$\because F$ 是 AB 的中点,

$$\therefore S_{\triangle BEF} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} \times 50 = 25\text{cm}^2.$$

故答案为: 25.

【标注】【知识点】作三角形的高, 中线和角平分线

22. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知点 D 、 E 、 F 分别为边 BC 、 AD 、 CE 的中点, 且 $S_{\triangle ABC} = 4\text{cm}^2$, 则 $S_{\text{阴影}}$ 等于().



A. 2cm^2

B. 1cm^2

C. $\frac{1}{2}\text{cm}^2$

D. $\frac{1}{4}\text{cm}^2$

【答案】 B

【解析】 因为 D 是 BC 的中点，

所以 $BD = DC$ ，

所以 $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 2\text{cm}^2$ ，

又因为 E 是 AD 的中点，

所以 $AE = DE$ ，

所以 $S_{\triangle BED} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABD} = 1\text{cm}^2$ ，

$S_{\triangle DEC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ADC} = 1\text{cm}^2$ ，

所以 $S_{\triangle BEC} = S_{\triangle BDE} + S_{\triangle DCE} = 2\text{cm}^2$ ，

又因为 F 是 CE 的中点，

所以 $EF = CF$ ，

所以 $S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2}S_{\triangle BEC} = 1\text{cm}^2$ ，

故选 B。

【标注】 【知识点】与中线或等分线有关的等积变换

练习7

23. 已知 $\triangle ABC$ 中， AE 为 BC 边上的高线，若 $\angle ABC = 50^\circ$ ， $\angle CAE = 20^\circ$ ，则 $\angle ACB = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

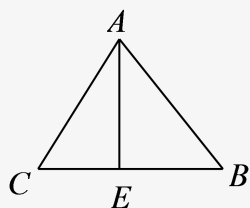
【答案】 70° 或 110°

【解析】 $\because AE \perp BC$ ，

$\therefore \angle BAE + \angle ABC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAE = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ ，

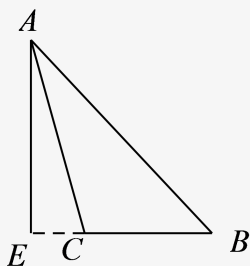
当 $\angle ACB$ 为锐角时，如图，



在 $\triangle AEC$ 中, $\angle ACB + \angle CAE = 90^\circ$,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ.$$

当 $\angle ACB$ 为钝角时, 如图,



$$\text{则 } \angle ACB = \angle CAE + \angle AEC = 20^\circ + 90^\circ = 110^\circ.$$

【标注】【知识点】作三角形的高, 中线和角平分线

24. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 30^\circ$, 过点A作 $AD \perp BC$ 于点D, $\angle CAD = 22^\circ$, 则 $\angle BAC = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 38° 或 82°

【解析】 ①当 $\triangle ABC$ 是锐角三角形时,

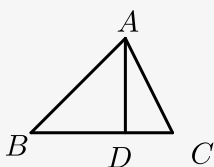
$$\therefore \angle B = 30^\circ,$$

$$AD \perp BC,$$

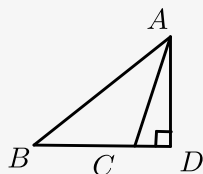
$$\therefore \angle BAD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = 22^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BAD + \angle CAD = 82^\circ,$$



② $\triangle ABC$ 是钝角三角形时,



$$\therefore \angle BAC = \angle BAD - \angle CAD,$$

$$= 60^\circ - 22^\circ = 38^\circ,$$

∴综上所述， $\angle BAC = 38^\circ$ 或 82° ，

故答案为： 38° 或 82° ．

【标注】【知识点】三角形内角和的应用

25. 已知非Rt $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 45^\circ$ ，高 BD 、 CE 所在的直线交于点 H ，则 $\angle BHC =$ _____ 度．

【答案】 135或45

【解析】 ①如图1，

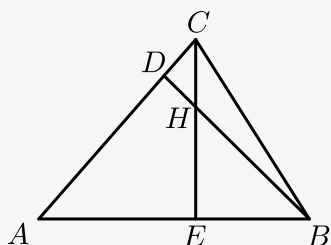


图 1

$\triangle ABC$ 是锐角三角形时，

∵ BD 、 CE 是 $\triangle ABC$ 的高线，

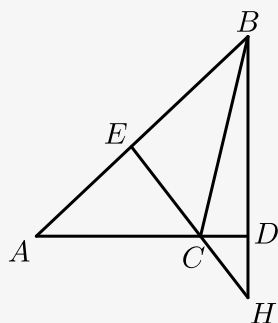
∴ $\angle ADB = 90^\circ$ ， $\angle BEC = 90^\circ$ ，

在 $\triangle ABD$ 中，∵ $\angle A = 45^\circ$ ，

∴ $\angle ABD = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ ，

∴ $\angle BHC = \angle ABD + \angle BEC = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$ ；

②如图2，



$\triangle ABC$ 是钝角三角形时，

∵ BD 、 CE 是 $\triangle ABC$ 的高线，

∴ $\angle A + \angle ACE = 90^\circ$ ， $\angle BHC + \angle HCD = 90^\circ$ ，

∵ $\angle ACE = \angle HCD$ （对顶角相等），

∴ $\angle BHC = \angle A = 45^\circ$ ．

综上所述， $\angle BHC$ 的度数是 135° 或 45° ．

故答案为：135或45 .

【标注】【知识点】三角形内角和的应用

26. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ，若点 O 为三角形边上的高所在直线的交点，点 O 不与 B, C 重合，则 $\angle BOC$ 的度数是 _____ .

【答案】 120° 或 60°

【解析】分情况讨论：

①当点 O 在 $\triangle ABC$ 内时，如图1，

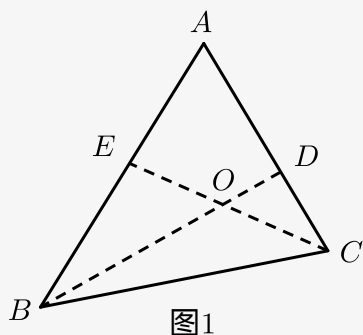


图1

$\because BD, CE$ 是 $\triangle ABC$ 的高，
 $\therefore \angle AEO = \angle ADO = 90^\circ$ ，
又 $\because \angle A = 60^\circ$ ，
 $\therefore \angle EOD = 360^\circ - \angle AEO - \angle ADO - \angle A$
 $= 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 60^\circ$
 $= 120^\circ$ ，
 $\because \angle EOD = \angle BOC$ ，
 $\therefore \angle BOC = 120^\circ$ ；

②当点 O 在 $\triangle ABC$ 外，如图2所示：

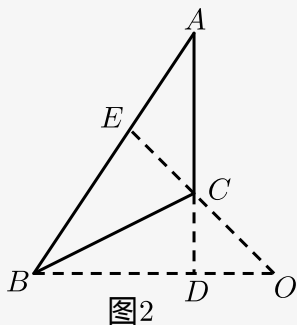


图2

$\because BD, CE$ 是 $\triangle ABC$ 的高，
 $\therefore \angle ADB = \angle BEO = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABD = \angle EBO,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle OBE,$$

$$\therefore \angle BOC = \angle A = 60^\circ.$$

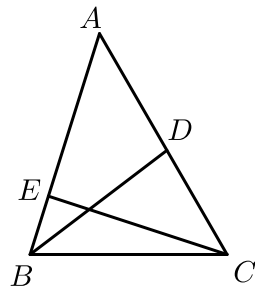
综上所述： $\angle BOC$ 的度数是 120° 或 60° 。

【标注】【知识点】判断三角形的高，中线和角平分线

三、三角形的角

练习8

27. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， BD 是角平分线， CE 是 AB 边上的高，且 $\angle ACB = 60^\circ$ ， $\angle ADB = 97^\circ$ ，求 $\angle A$ 和 $\angle ACE$ 的度数。

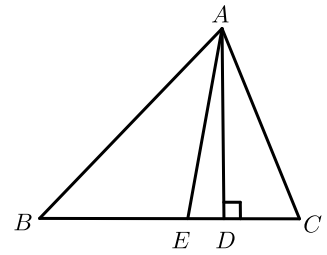


【答案】 $\angle A = 46^\circ$ ， $\angle ACE = 44^\circ$ 。

【解析】 $\because \angle ADB = \angle DBC + \angle ACB$ ，
 $\therefore \angle DBC = \angle ADB - \angle ACB = 97^\circ - 60^\circ = 37^\circ$ ，
 $\because BD$ 是角平分线，
 $\therefore \angle ABC = 74^\circ$ ，
 $\therefore \angle A = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB = 46^\circ$ ，
 $\because CE$ 是高，
 $\therefore \angle AEC = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle ACE = 90^\circ - \angle A = 44^\circ$ 。

【标注】【知识点】三角形内角和的应用

28. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 是 BC 边上的高， AE 平分 $\angle BAC$ ， $\angle B = 45^\circ$ ， $\angle C = 73^\circ$ ，则 $\angle DAE$ 的度数是（ ）。



A. 14°

B. 24°

C. 19°

D. 9°

【答案】 A

【解析】 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 73^\circ$,

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 62^\circ.$$

$\therefore AE$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle CAE = \frac{1}{2} \angle BAC = 31^\circ.$$

$\therefore AD$ 是 BC 边上的高,

$\therefore AD \perp BC$,

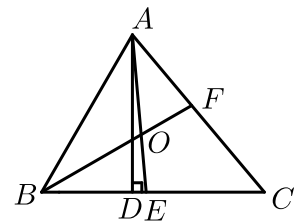
$$\therefore \angle CAD = 90^\circ - \angle C = 17^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle CAE - \angle CAD = 31^\circ - 17^\circ = 14^\circ.$$

故选: A.

【标注】【知识点】三角形-内角角分线

29. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是高, AE , BF 是角平分线, 它们相交于点 O , $\angle BAC = 70^\circ$, $\angle C = 50^\circ$. 求 $\angle DAC$ 和 $\angle BOA$ 的度数.



【答案】 $\angle DAC = 40^\circ$, $\angle BOA = 115^\circ$.

【解析】 $\because AD$ 是高,

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ, \angle C + \angle DAC = 90^\circ,$$

$$\because \angle C = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = 40^\circ,$$

$\because AE$ 是角平分线,

$$\therefore \angle BAO = \frac{1}{2} \angle BAC,$$

$$\because \angle BAC = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle BAO = 35^\circ,$$

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 180^\circ - \angle BAC - \angle C$

$$= 180^\circ - 70^\circ - 50^\circ$$

$$= 60^\circ.$$

$\because BF$ 平分 $\angle ABC$,

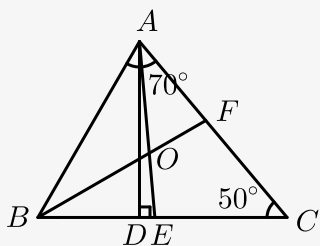
$$\therefore \angle ABF = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ.$$

在 $\triangle ABO$ 中, $\angle BOA = 180^\circ - \angle ABF - \angle BAO$

$$= 180^\circ - 30^\circ - 35^\circ$$

$$= 115^\circ.$$

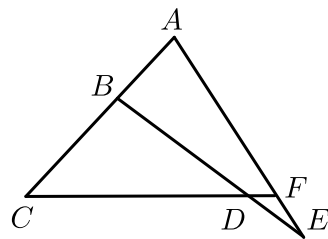
$$\angle DAC = 40^\circ, \angle BOA = 115^\circ.$$



【标注】【知识点】三角形内角和的应用

练习9

30. 如图, $\angle C = 48^\circ$, $\angle E = 25^\circ$, $\angle BDF = 140^\circ$, 试求 $\angle A$ 和 $\angle DFE$ 的度数.



【答案】 67° , 115° .

【解析】 $\because \angle BDF$ 为 $\triangle DEF$ 外角,

$$\therefore \angle BDF = \angle DFE + \angle E,$$

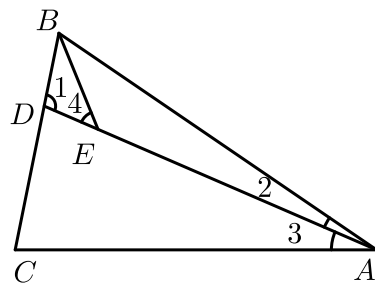
$$\therefore \angle DFE = 140^\circ - 25^\circ = 115^\circ,$$

$\because \angle DFE$ 为 $\triangle ACF$ 外角,

$$\begin{aligned}
 \therefore \angle DFE &= \angle C + \angle A, \\
 \therefore \angle A &= \angle DFE - \angle C \\
 &= 115^\circ - 48^\circ \\
 &= 67^\circ, \\
 \text{故} \angle A \text{的度数} &\text{为} 67^\circ, \angle DFE \text{的度数} \text{为} 115^\circ.
 \end{aligned}$$

【标注】【知识点】三角形的外角定义及性质

31. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle 1 = 110^\circ$ ， $\angle C = 80^\circ$ ， $\angle 2 = \frac{1}{3}\angle 3$ ， BE 平分 $\angle ABC$ ，求 $\angle 4$ 的度数。

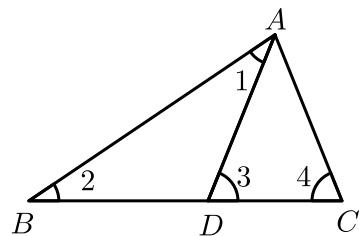


【答案】 40° 。

【解析】 $\because \angle 1 = 110^\circ$ ， $\angle C = 80^\circ$ ，
 $\therefore \angle 3 = \angle 1 - \angle C = 30^\circ$ ，
 $\because \angle 2 = \frac{1}{3}\angle 3$ ，
 $\therefore \angle 2 = 10^\circ$ ，
 $\therefore \angle BAC = \angle 2 + \angle 3 = 40^\circ$ ，
 $\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle BAC - \angle C = 180^\circ - 40^\circ - 80^\circ = 60^\circ$ ，
 $\because BE$ 平分 $\angle ABC$ ，
 $\therefore \angle ABE = \frac{1}{2}\angle ABC = 30^\circ$ ，
 $\therefore \angle 4 = \angle ABE + \angle 2 = 30^\circ + 10^\circ = 40^\circ$ 。

【标注】【知识点】三角形-内角角分线

32. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 边上一点 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ， $\angle BAC = 66^\circ$ ，求 $\angle DAC$ 的度数。



【答案】 28° .

【解析】 $\because \angle 3$ 是 $\triangle ABD$ 的外角 ,

根据外角的性质 ,

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 + \angle 2 ,$$

$$\text{设 } \angle 1 = \angle 2 = x ,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4 = 2x ,$$

$\therefore$ 在 $\triangle ABC$ 中 ,

$$\angle BAC = 180^\circ - \angle 2 - \angle 4 = 180^\circ - 3x ,$$

$$\text{又 } \because \angle BAC = \angle 1 + \angle DAC ,$$

$$\therefore \angle BAC = x + \angle DAC ,$$

$$\because \angle BAC = 66^\circ ,$$

$$\therefore 180^\circ - 3x = 66^\circ ,$$

$$\text{可得 : } 3x = 114^\circ ,$$

$$\therefore x = 38^\circ ,$$

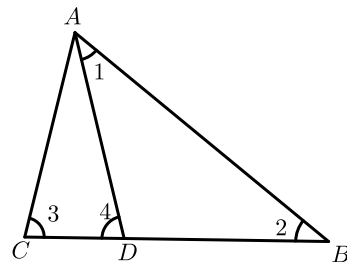
$$\text{又 } \because \angle BAC = x + \angle DAC ,$$

$$\therefore 66^\circ = 38^\circ + \angle DAC ,$$

$$\therefore \angle DAC = 28^\circ .$$

【标注】 【知识点】 三角形的外角定义及性质

33. 如图 , D 是 $\triangle ABC$ 的 BC 边上的一点 , 且 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $\angle BAC = 66^\circ$, 求 $\angle DAC$ 的度数 .



【答案】 28° .

【解析】 设 $\angle 1 = \angle 2 = \alpha$,

则 $\angle 4 = \angle 1 + \angle 2 = 2\alpha$,

$\therefore \angle 3 = \angle 4 = 2\alpha$,

$\therefore \angle DAC = 180^\circ - (\angle 3 + \angle 4) = 180^\circ - 4\alpha$,

$\therefore \angle BAC = \angle DAC + \angle 1 = 180^\circ - 4\alpha + \alpha = 180^\circ - 3\alpha$,

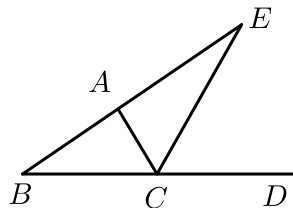
$\therefore 180^\circ - 3\alpha = 66^\circ$,

$\therefore \alpha = 38^\circ$,

$\therefore \angle DAC = 180^\circ - 4 \times 38^\circ = 28^\circ$.

【标注】 【知识点】 三角形的外角定义及性质

34. 如图, CE 是 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACD$ 的平分线, 且 CE 交 BA 的延长线于点 E .



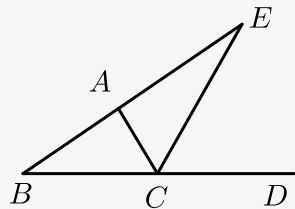
(1) 若 $\angle B = 30^\circ$, $\angle ACB = 40^\circ$, 求 $\angle E$ 的度数 .

(2) 求证 : $\angle BAC = \angle B + 2\angle E$.

【答案】 (1) 40° .

(2) 证明见解析 .

【解析】 (1) $\because CE$ 是 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACD$ 的平分线 ,



$$\therefore \angle DCE = \frac{1}{2} \angle DCA = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle ACB) = 70^\circ ,$$

$$\therefore \angle E = \angle DCE - \angle ABC = 40^\circ .$$

(2) $\because CE$ 是 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACD$ 的平分线 ,

$$\therefore \angle ACE = \angle DCE ,$$

$$\because \angle DCE = \angle B + \angle E ,$$

$$\therefore \angle ACE = \angle B + \angle E ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle ACE + \angle E = \angle B + \angle E + \angle E = \angle B + 2\angle E .$$

【标注】【知识点】三角形的外角定义及性质

四、多边形

练习10

35. 一个 n 边形的内角和比外角和多 540° ，则 n 等于（ ）.

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

【答案】C

【解析】根据题意得， $(n - 2) \cdot 180^\circ - 360^\circ = 540^\circ$ ，

解得 $n = 7$.

故选C .

【标注】【知识点】多边形内外角综合应用

36. 已知一个多边形的内角和与外角和的比是 $9 : 2$ ，则这个多边形的边数是 _____ .

【答案】11

【解析】任意一个多边形的外角和为 360° 度，

而内角和和外角和的比是 $9 : 2$ ，

则内角和为 $360 \div 2 \times 9 = 1620^\circ$ ，

设这个多边形的边数为 n ，

则 $(n - 2) \times 180^\circ = 1620^\circ$ ，

则 $n = 11$ ，

故答案为：11 .

【标注】【知识点】求多边形边或对角线的数量

37. 一个多边形截去一个角后，形成另一个多边形的内角和为 1440° ，则原多边形的边数是 _____ .

【答案】9或10或11

【解析】 设多边形截去一个角的边数为 n ，

$$\text{则 } (n-2) \cdot 180^\circ = 1440^\circ,$$

$$\text{解得 } n = 10,$$

$\therefore$ 截去一个角后边上可以增加1，不变，减少1，

$\therefore$ 原多边形的边数是9或10或11．

故答案为：9或10或11．

【标注】【知识点】正多边形边数

38. 一个多边形截去一个角后，形成另一个多边形的内角和为 2520° ，则原多边形的边数是（ ）．

A. 17

B. 16

C. 15

D. 16或15或17

【答案】 D

【解析】 一个多边形截去一个角后，多边形的边数可能增加了一条，也可能不变或者减少了一条，

$$\text{根据 } (n-2) \times 180^\circ = 2520^\circ,$$

$$\text{解得 } n = 16.$$

$\therefore$ 多边形的边数为15，16或17．

故选D．

【标注】【知识点】多边形剪去一角

39. 小明在计算一个多边形的内角和时，漏掉了一个内角，结果算得 800° ，这个多边形应该是（ ）．

A. 六边形

B. 七边形

C. 八边形

D. 九边形

【答案】 B

【解析】 设多边形的边数是 n ．

$$\text{依题意有 } (n-2) \cdot 180^\circ \geq 800^\circ,$$

$$\text{解得： } n \geq 6\frac{4}{9}.$$

则多边形的边数 $n = 7$ ；

故选B．

【标注】【知识点】正多边形边数

40. 在一个凸多边形中，除了两个内角外，其余内角的和为2010度，则这个多边形的边数为 _____ .

【答案】 14或15

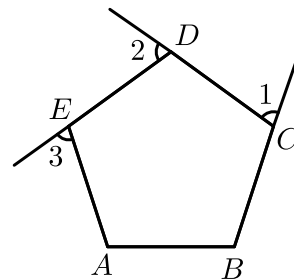
【解析】 由凸 n 边形的内角得， $0^\circ < (n-2) \times 180^\circ - 2010^\circ < 360^\circ$ ，解不等式的

$$13\frac{1}{6} < n < 15\frac{1}{6}, \text{ 故 } n = 14 \text{ 或 } 15.$$

【标注】 【知识点】 正多边形边数

练习11

41. 如图， $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ 是五边形 $ABCDE$ 的3个外角，若 $\angle A + \angle B = 220^\circ$ ，则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$ () .



A. 140°

B. 180°

C. 220°

D. 320°

【答案】 C

【解析】 $\because \angle A + \angle B = 220^\circ$,

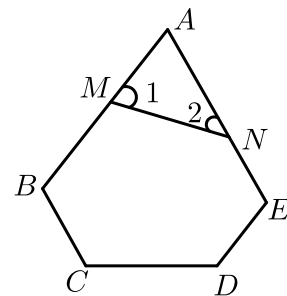
$\therefore$ 与 $\angle A$ 和 $\angle B$ 相邻的外角的度数和是： $180^\circ \times 2 - 220^\circ = 140^\circ$,

$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ - 140^\circ = 220^\circ$,

故答案是：C .

【标注】 【知识点】 不规则图形的多角求和

42. 如图，在五边形 $ABCDE$ 中，点 M, N 分别在 AB, AE 的边上. $\angle 1 + \angle 2 = 110^\circ$ ，则
 $\angle B + \angle C + \angle D + \angle E =$ _____ .

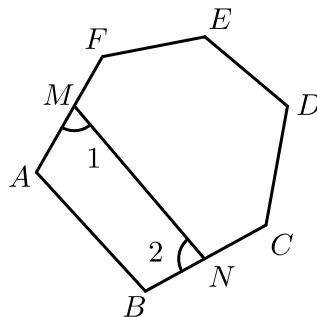


【答案】 470°

【解析】 $\angle A + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle A = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 2) = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$,
 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 540^\circ$, $\angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 540^\circ - 70^\circ = 470^\circ$

【标注】 【知识点】 不规则图形的多角求和

43. 如图，在六边形 $ABCDEF$ 中，点 M, N 分别在 AF, BC 上， $\angle 1 + \angle 2 = 165^\circ$ ，则
 $\angle C + \angle D + \angle E + \angle F = \underline{\hspace{2cm}}$.

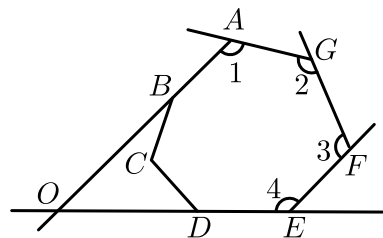


【答案】 525°

【解析】 在四边形 $ABNM$ 中， $\angle A + \angle B + \angle 1 + \angle 2 = 360^\circ$,
 $\therefore \angle A + \angle B = 360^\circ - (\angle 1 + \angle 2) = 195^\circ$
 在六边形 $ABCDEF$ 中，
 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 720^\circ$,
 $\therefore \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 720^\circ - (\angle A + \angle B) = 525^\circ$

【标注】 【知识点】 不规则图形的多角求和

44. 如图，七边形 $ABCDEFG$ 中， AB, ED 的延长线相交于点 O . 若 $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ 相邻的外角的和等于 210° ，则 $\angle BOD$ 的度数是 () .



A. 30°

B. 35°

C. 40°

D. 45°

【答案】 A

【解析】 $\because \angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ 的外角的度和为 210° ,
 $\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + 210^\circ = 4 \times 180^\circ$,
 $\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 510^\circ$,
 $\therefore$ 五边形 $OAGFE$ 内角和 $= (5 - 2) \times 180^\circ = 540^\circ$,
 $\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle BOD = 540^\circ$,
 $\therefore \angle BOD = 540^\circ - 510^\circ = 30^\circ$.
 故选 A .

【标注】 【知识点】 多边形内外角综合应用

练习12

45. 一个凸多边形的每一个内角都等于 140° , 那么, 从这个多边形的一个定点出发的对角线的条数是 () .

A. 6条

B. 7条

C. 8条

D. 9条

【答案】 A

【解析】 $\because$ 多边形的每一个内角都等于 140° ,
 $\therefore$ 每个外角是 $180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$,
 $\therefore$ 这个多边形的边数是 $360^\circ \div 40^\circ = 9$,
 $\therefore$ 从这个多边形的一个顶点出发的对角线的条数是 6 条 .
 故选 A .

【标注】 【知识点】 求多边形边或对角线的数量

46. 若一个正 n 边形的每个内角为 144° , 则这个正 n 边形的所有对角线的条数是 () .

A. 7

B. 10

C. 35

D. 70

【答案】C

【解析】 $\because$ 一个正 n 边形的每个内角为 144° ,

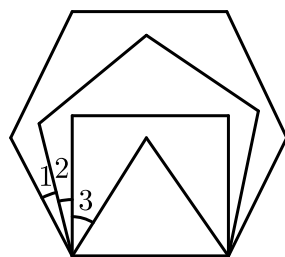
$$\therefore 144n = 180 \times (n - 2), \text{解得: } n = 10.$$

$$\text{这个正}n\text{边形的所有对角线的条数是: } \frac{n(n-3)}{2} = \frac{10 \times 7}{2} = 35.$$

故选C.

【标注】【知识点】正多边形边数

47. 平面上, 将边长相等的正三角形、正四边形、正五边形、正六边形的一边重合并叠在一起, 如图, 则 $\angle 3 + \angle 1 - \angle 2 =$ _____.



【答案】 24°

【解析】正三角形的每个内角是： $180^\circ \div 3 = 60^\circ$,

正方形的每个内角是： $360^\circ \div 4 = 90^\circ$,

正五边形的每个内角是：

$$(5 - 2) \times 180^\circ \div 5$$

$$= 3 \times 180^\circ \div 5$$

$$= 540^\circ \div 5$$

$$= 108^\circ,$$

正六边形的每个内角是：

$$(6 - 2) \times 180^\circ \div 6$$

$$= 4 \times 180^\circ \div 6$$

$$= 720^\circ \div 6$$

$$= 120^\circ,$$

$$\text{则 } \angle 3 + \angle 1 - \angle 2$$

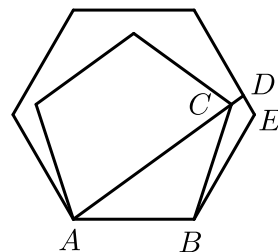
$$= (90^\circ - 60^\circ) + (120^\circ - 108^\circ) - (108^\circ - 90^\circ)$$

$$= 30^\circ + 12^\circ - 18^\circ = 24^\circ.$$

故答案为： 24° .

【标注】【知识点】求正多边形的内角

48. 如图，有公共顶点A、B的正五边形和正六边形，连接AC交正六边形于点D，则 $\angle ADE$ 的度数为_____。



【答案】 84°

【解析】正五边形的内角是 $\angle ABC = \frac{(5-2) \times 180}{5} = 108^\circ$ ，

$$\because AB = BC,$$

$$\therefore \angle CAB = 36^\circ,$$

正六边形的内角是 $\angle ABE = \angle E = \frac{(6-2) \times 180}{6} = 120^\circ$ ，

$$\therefore \angle ADE + \angle E + \angle ABE + \angle CAB = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = 360^\circ - 120^\circ - 120^\circ - 36^\circ = 84^\circ.$$

【标注】【知识点】求正多边形的内角